

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

В.о. декана факультету
математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



26 серпня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія ймовірностей

рівень вищої освіти перший (бакалавр)

галузь знань 11- Математика та статистика

спеціальність 113 – Прикладна математика

освітня програма прикладна математика

спеціалізація _____

вид дисципліни обов'язкова

факультет математики і інформатики

2025/ 2026 навчальний рік

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Теорія ймовірностей**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра

Спеціальності (напряму) 113 Прикладна математика

Спеціалізації _____

1. Опис навчальної дисципліни

Предметом вивчення навчальної дисципліни є базові знання з теорії ймовірностей.

1.1. **Метою** викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам базових знань з теорії ймовірностей.

1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни є навчання студентів володінню поняттями випадкова подія, ймовірність, ймовірнісний простір, випадкова величина, закон розподілу випадкової величини, функція розподілу, щільність розподілу, характеристична функція, математичне сподівання, дисперсія, коваріація, кореляція, збіжність послідовності випадкових величин.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<u>Обов'язкова</u>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

** у разі формування малочисельних груп обсяг аудиторного навчального навантаження, відведеного на вивчення навчальної дисципліни, зменшується відповідно до Положення про планування й звітування науково-педагогічних працівників Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.*

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропоновувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна

РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної та диференціальної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

РН22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладів, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

1.8. Пререквізити: ОК9 Дискретна математика.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір.

Випадкові величини та їх закони розподілу.

Тема 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір.

Аксиоматична побудова теорії ймовірностей. Аксиоматика Колмогорова.

Властивості ймовірностей випадкових подій.

Класичне і геометричне означення ймовірності

Теорема множення ймовірностей.

Незалежні події в сукупності та попарно незалежні події.

Послідовність незалежних випробувань. Схема Бернуллі. Гранична теорема Пуассона.

Тема 2. Випадкові величини та їх закони розподілу.

Поняття випадкової величини.
 Функція розподілу та її властивості.
 Дискретні та неперервні розподіли.
 Щільність імовірності та її властивості.
 Приклад розподілу, що не є ні дискретним, ні неперервним.
 Багатовимірні розподіли; функції від випадкових величин, умовні розподіли.
 Моменти та центральні моменти випадкових величин, їх властивості
 Характеристична функція та її властивості.
 Основні закони розподілів: Бернуллі, Пуассона, рівномірний, нормальний, показниковий.
 Функція Лапласа та її властивості; таблиці математичної статистики.

Розділ 2. Закон великих чисел та центральна гранична теорема.

Тема 3. Закон великих чисел.

Поняття закону великих чисел.
 Нерівності Чебишева та теорема Чебишева. Теореми Бернуллі та Пуассона.
 Теореми Хінчина та Маркова.
 Необхідні та достатні умови, щоб послідовність випадкових величин задовольняла закону великих чисел.
 Підсилений закон великих чисел. Нерівність Колмогорова та теорема Колмогорова.

Тема 4. Центральна гранична теорема.

Поняття центральної граничної теореми.
 Теорема Ліндеберга.
 Теорема Ляпунова.
 Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	ср.	л		п	лаб.	інд.	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір. Випадкові величини та їх закони розподілу												
Тема 1. Поняття ймовірності та ймовірнісний простір	29	8	8			13						
Тема 2. Випадкові величини та їх закони розподілу	47	14	12			21						
<i>Контрольна робота</i>	7		2			5						
Разом за розділом 1	83	22	22			39						
Розділ 2. Закон великих чисел та центральна гранична теорема												

Тема 3. Закон великих чисел	18	6	4			8					
Тема 4. Центральна гранична теорема	12	4	4			4					
<i>Контрольна робота</i>	7		2			5					
Разом за розділом 2	37	10	10			17					
Усього годин	120	32	32			56					

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Аксиоматична побудова теорії ймовірностей. Аксиоматика Колмогорова.	2
2	Простір елементарних подій; випадкова подія та її ймовірність. Класичне та геометричне означення ймовірностей. Властивості ймовірностей випадкових подій.	2
3	Теорема множення ймовірностей. Незалежні події в сукупності та попарно незалежні події.	2
4	Послідовність незалежних випробувань. Схема Бернуллі. Гранична теорема Пуассона	2
5	Поняття випадкової величини. Функція розподілу та її властивості.	2
6	Дискретні розподіли. Розподіли Бернуллі та Пуассона	2
7	Неперервні розподіли. Щільність розподілу та її властивості. Рівномірний та нормальний розподіли.	2
8	Багатовимірні розподіли; функції від випадкових величин, умовні розподіли.	2
9	Числові характеристики випадкових величин та їх властивості. Функція Лапласа та її властивості; таблиці функції Лапласа.	2
10	Характеристична функція та її властивості.	2
11	<i>Контрольна робота</i>	2
12	Поняття закону великих чисел. Теореми Чебишева, Бернуллі, Пуассона, Хінчина, Маркова.	2
13	Необхідні та достатні умови, щоб послідовність випадкових величин задовольняла закону великих чисел. Підсилений закон великих чисел.	2
14	Поняття центральної граничної теореми. Теорема Ліндеберга.	2
15	Теорема Ляпунова. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.	2
16	<i>Контрольна робота</i>	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань з теми «Ймовірності випадкової події та	13

	її властивості»	
2	Виконання домашніх завдань з теми «Випадкові величини та їх закони розподілу»	21
3	Виконання домашніх завдань з теми «Закон великих чисел»	8
4	Виконання домашніх завдань з теми «Центральна гранична теорема»	4
5	Підготовка до контрольних робіт	10
	Разом	56

6. Індивідуальне завдання

Не передбачені навчальним планом

7. Методи навчання

Частково-пошукові і проблемні лекції, пояснення, розрахунково-ілюстративні і пояснювально-ілюстративні методи при проведенні практичних занять, консультації.

8. Методи контролю

Перевірка домашніх робіт, перевірка контрольних робіт, поточний контроль на практичних заняттях, поточний контроль на лекціях, проведення екзамену.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом		
T1–T2	T3–T4				
5	5	50	60	40	100

T1, T2, T3, T4 – теми розділів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Критерії оцінювання

Поточний контроль: 10 балів - бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Контрольні роботи оцінюються до 25 балів кожна. Кожна з двох контрольних робіт містить 5 завдань, максимальна оцінка за кожне з завдань-5 балів:

- (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–1 бал;
- (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 2–3 бали;
- (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 4–5 балів.

Іспит (білет містить 4 завдання):

1. У завданні 1 максимальна оцінка 10 балів.

- (а) твердження сформульовано з помилками, доведення відсутнє — 0–4 бали;
 (б) твердження сформульовано вірно, доведення відсутнє — 5 балів;
 (с) твердження сформульовано вірно та в доведенні зроблено суттєві помилки — 6–8 балів;
 (д) твердження сформульовано вірно, наведено приклади та в доведенні можливі незначні помилки — 9–10 балів.

2. У завданнях 2, 3, 4 максимальна оцінка 10 балів:

- (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–4 бали;
 (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 5–7 балів;
 (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 8–10 балів.

Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

Шкала оцінювання: чотирирівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

Основна література

- Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей – К.:Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.
<https://probability.knu.ua/student/tmats/>
- Турчин В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, 2014.–556 с.
- https://mst-mmf-dnu.dp.ua/download/books/TurchynVM_PTaMS_2014.pdf
Горбачук В. М., Кушлик-Дивульська О. І., Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.:Київ КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. Електронне мережне навчальне видання. –351 с.<https://ela.kpi.ua/items/90040de4-5c89-4356-852a-46b6f2970b02>
- Кучук Г. А. Теорія ймовірностей. Частина 1 / Г. А. Кучук, Н. Г. Кучук: навчальний посібник. – Харків : НТУ «ХПІ», 2024. – 229 с.
<https://repository.kpi.kharkov.ua/items/79a23e69-326f-4c74-be65-db9aa0d2ae68>

5. Практикум з теорії ймовірностей : навчальний посібник для студентів інженерно-технічних спеціальностей / О. С. Мазманішвілі, О. С. Мельников.– Харків : НТУ «ХП». Видавець : О. А. Мірошніченко, 2025.– 320 с
<https://repository.kpi.kharkov.ua/entities/publication/1f9d60aa-93a6-4d00-940b-0942f46b0052>
6. Основи теорії ймовірностей і математичної статистики / Л. Є. Ковальов, С. В. Лещенко, В. П. Мелех, Т. В. Нескородєва, І. І. Побережець : навчальний посібник. – Умань : Видавець «Сочінський М. М.», 2025. – 115 с.
<https://dspace.udau.edu.ua/items/d142f041-acac-42f2-984b-aed57461fe03>

Допоміжна література

1. Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика . Посібник. – К.: Видавничо - поліграфічний центр «Київський університет», 2008.– 494 с.
2. Голомозий В.В., Майборода Р.Є., Мішура Ю.С., Ральченко К.В., Карташов М.В., Кукуш О.Г., Кушніренко С.В., Шевченко Г.М. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Київ, 2024, 380 с.
3. Gut A. Probability. A graduate course - Springer, 2005.
4. Kallenberg O. Foundation of Modern Probability, Springer-Verlag, 2002.
5. Дороговцев О.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач. – К.:Вища школа, 1976.– 384 с.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка
<https://probability.knu.ua/student/tmats/>